

۱- اگر حاصلضرب مرتبه و اندازه یک گراف ساده همبند برابر ۲۰ باشد، تعداد گرافهای غیر یکرخت تحت این شرایط را با رسم آنها مشخص کنید. (انمره)

۲- در گراف همبند و فاقد دور از مرتبه ۲۰ در صورتیکه فاصله یک رأس آن از بقیه رئوس یک باشد، مطلوبست: (الف) تعداد مسیرهای به طول ۲ (ب) تعداد صفرهای ماتریس مجاورت آن (ج) چند یال باید اضافه کنیم تا گرافی حاصل شود که فاصله هر رأس آن یک باشد.

۳- در گرافی ساده از مرتبه ۱۲ و اندازه ۳۰ رابطه هم ارزی وجود مسیر بین رئوس آن، مجموعه رئوس این گراف را به حداکثر چند دسته هم ارزی افراز می کند. (انمره)

۴- چند عدد طبیعی a وجود دارد که خارج قسمت تقسیم ۹۲۴ بر هر کدام از آنها برابر ۱۳ می باشد؟ (۵/نمره)

۵- اگر کوچکترین مضرب مشترک دو عدد طبیعی ۱۴ واحد بیشتر از ۵ برابر یکی از آنها باشد، بیشترین مقدار تفاضل آن دو عدد طبیعی را بیابید. (۵/نمره)

۶- اگر $39x + 35y = 1$ و $x | ky$ آنگاه کوچکترین عضو مثبت $\{mx + nk; m, n \in \mathbb{Z}\}$ را محاسبه کنید (۵/نمره)

۷- ثابت کنید که: (الف) مجموعه اعداد اول نامتناهی است.

(ب) به ازای هر عدد طبیعی n ، n عدد طبیعی متوالی غیر اول وجود دارد. (انمره)

۸- اگر $a \equiv b \pmod{m}$ در صورتیکه $(a, m) = 3$ ، مطلوبست محاسبه: $(2b^3 + 8b^7 + 2m^3)$ و $(2b^3)$ (۵/نمره)

۹- باقیمانده تقسیم عدد $21!$ را بر ۶۹ محاسبه کنید. (انمره)

۱۰- معادله $x^2 - 2x^y + 19 \equiv 5x - 1$ را در اعداد صحیح حل کنید. (۵/نمره)

۱۱- در مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ چند رابطه هم ارزی می توان نوشت که زوج مرتب (a, b) داشته باشد ولی (b, c) و (c, d) نداشته باشد. (۵/نمره)

۱۲- در مجموعه $A = \{2, 3, 5, 7\}$: (الف) چند رابطه می توان نوشت که بازتابی و تقارنی باشد ولی پادمتقارن نباشد. (ب) حداکثر و حداقل تعداد اعضای رابطه ای که فقط بازتابی و پادمتقارن باشد. (۷۵/نمره)

۱۳- رابطه $R = \{(a, a), (b, b), (b, c), (a, c)\}$ در $A = \{a, b, c\}$ تعریف شده است، با استفاده از ماتریس مجاورت رابطه مطلوبست محاسبه: (الف) $R \circ R$

(ب) بررسی خاصیت تعدی R در A (۷۵/نمره)

۱۴- مطلوبست حل معادله و نامعادله زیر در مجموعه اعداد طبیعی (انمره)

(الف) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$ ($x_3 \geq 3$ و $2 \leq x_4 \leq 6$)

(ب) $x_1 + x_2 + x_3 < 11$

۱۵- دانش آموزی می خواهد با ده، بیست، سی، چهل، ... یک تست چهار گزینه ای را پاسخ دهد، آیا این روش یک پدیده تصادفی در انتخاب یک گزینه است؟ چرا؟ (انمره)

۱۶- احتمال آنکه در انتخاب تصادفی یک خانواده ۵ فرزند، (الف) دقیقاً ۲ فرزند دختر باشد.

(ب) لااقل ۲ فرزند دختر باشد. (۵/نمره)

۱۷- در کیسه ای ۴ مهره سیاه و ۳ مهره سفید وجود دارد، ۲ مهره به تصادف از کیسه بیرون می آوریم احتمال آنکه: (الف) ۲ مهره همرنگ نباشد.

(ب) اگر ۲ مهره را ندیده باشیم حال مهره سوم را بیرون می آوریم، احتمال آنکه مهره سوم سیاه باشد. (۵/نمره)

(موفق باشید)